

5. Mamatov J. et al. Matematika fanini o'qitishda shaxsga yo'naltirish va kasbiy faoliyatga yo'naltirishning pedagogik shartlari // Журнал математики и информатики. – 2020. – №. 1.

6. O.Turakulov, Z.Ismoilova, Sh.Samiyeva, Uzbekistan D.S. Technology, Content, Form And Methods Of Independent Work Of Students In Modern Conditions // Technology. – 2020. – T. 29. – №. 07. – С. 3344-3348.

7. O.Turakulov, U.Jabbarov, B.Eshonqulov, E.Hafizov. FORMATION OF INFORMATIONAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT// Ilkogretim Online - Elementary Education Online, Year; Vol 20 (Issue 4): pp. 1938-1944 <http://ilkogretim-online.org> doi: 10.17051/ilkonline.2021.04.217.

ШТУРМ –ЛИУВИЛЛ ОПЕРАТОРИ УЧУН ТЕСКАРИ МАСАЛАНИ СОНЛИ УСУЛДА ЕЧИШ МУАММОЛАРИ

Абдуназаров Рабимқул

*Ўзбекистон Миллий униерситетининг Жиззах филиали
“Амалий математика” кафедраси катта ўқитувчиси*

Аннотация: Ушбу мақолада $O\left(\frac{1}{N^6}\right)$ аниқликда берилган $\{\lambda_k\}_0^N$ ва $\{\mu_k\}_0^N$ хос қийматлар кетма-кетлиги ёрдамида Штурм-Лиувилл оператори учун тескари масалани $O\left(\frac{1}{N^6}\right)$ аниқликда ечиш, самарали ҳисоблашлар алгоритмини қуриш масаласи муҳокама қилинади.

Калит сўзлар: Штурм-Лиувилл оператори, хос қиймат, хос функция, ҳисоблаш аниқлиги, алгоритм, Гельфанд-Левитан интеграл тенгламаси, Фредгольм тенгламаси, Тескари масала.

Бизга қуйидаги

$$y'' - [\lambda + q(x)]y = 0 \quad (1)$$

$$\begin{cases} y'(0) - hy(0) = 0 \\ y'(\pi) + Hy(\pi) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y'(0) - h_1y(0) = 0 \\ y'(\pi) + Hy(\pi) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

чегаравий масалалар берилган бўлсин[1].

Агар (1)-(2) ва (1)-(3) чегаравий масалаларга мос келувчи $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots$ ва $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n, \dots$ хос қийматлар серияси берилган бўлса, (1)-(2) тенгламаларда қатнашаётган $h, H, q(x)$ параметрлар ва u хос функцияни тўлиқ аниқлаш мумкин [1]. Бунда тескари масала

$$K(x, y) + F(x, y) + \int_0^x K(x, s)F(s, y)ds$$

қўринишидаги Гельфанд-Левитан интеграл тенгламасини ечишга келтирилади. Бу ерда

$$F(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\cos(\lambda_k x) \cos(\lambda_k y)}{\alpha_k} - \frac{2 \cos(kx) \cos(ky)}{\pi} \right], \quad (4)$$

$$K(x, x) = \frac{1}{2} \int_0^x q(t) dt,$$

$$K(0,0) = -F(0,0) = h \quad (5)$$

$$\alpha_k = (\lambda_n - \mu_k) \prod_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_k - \lambda_n}{\mu_k - \mu_n} \quad (6)$$

Қўйилган масала назарий жиҳатдан тўлиқ ечимини топган бўлсада, ҳисоблаш математикаси нуқтаи назаридан қаралганда ҳал қилинмаган қўплаб масалалар, талаблар келиб чиқади[2]. Шундан келиб чиқиб, ушбу мақолада чекли сондаги $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ ва $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N$ хос қийматлар кетма-кетлиги берилганда (4)-(6) формулалардаги чексиз қатор ва чексиз қўпайтмаларни чекли кўринишга келтириш ёки аналитик кўринишдаги функциялар билан алмаштириш, ҳисоблаш кетма-кетлигини самарали ташкил этиш орқали умумий хатолик $O(N^{-6})$ дан ошмайдиган ечимни топиш масаласи қаралади. Шу мазмундаги ишларни, масалан, [2],[3] ишларида учратиш мумкин.

Қўйилган масалани тўлиқ ечиш бир неча босқичдан иборат.

I. Берилган $\{\lambda_k\}_0^N$ ва $\{\mu_k\}_0^N$ кетма-кетликлар қийматлари асосида исталган $N < k$ да λ_k , μ_k ва α_k лар учун ўринли бўлган

$$s_n = \sqrt{\lambda_k} = n + \frac{c_0}{n} + \frac{c_1}{n^3} + \dots \quad (7)$$

$$\sqrt{\mu_n} = n + \frac{c'_0}{n} + \frac{c'_1}{n^3} + \dots \quad (7')$$

$$\alpha_n = \frac{\pi}{2} + \frac{a'_0}{n^2} + \frac{a'_1}{n^4} + \dots \quad (8)$$

асимптотик формулалардаги коэффицентлар аниқланади ва λ_k , μ_k , α_k қийматлари тўплами чексизгача тўлдирилади[2,3].

II. Иккинчи босқичда (5) тенгликка асосан h нинг қиймати аниқланади.

$$h = -F(0,0) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha_n} - \frac{2}{\pi} \right) \quad (9)$$

Ушбу чексиз қаторнинг умумий ҳадлари $\frac{1}{n^2}$ га эквивалент бўлгани учун бу қатор ҳадлари устида гуруҳлаш амалларини бажариш мумкин. Қаторни кичик $n < N$ лар ва катта $n > N$ лар учун икки қисмга ажратиб ёзамиз.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha_n} - \frac{2}{\pi} \right) = \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{\alpha_n} - \frac{2}{\pi} \right) + \sum_{n=N+1}^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha_n} - \frac{2}{\pi} \right) \quad (10)$$

$n > N$ бўлганда иккинчи қатордаги α_n ўрнига (8) даги қийматини қўйиш орқали чексизликдан қутилиш мумкин. Баъзи элементар алмаштиришлардан сўнг иккинчи қатор қуйидаги чекли ифодага эга бўлади.

$$\sum_{n=N+1}^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha_n} - \frac{2}{\pi} \right) = \sum_{n=0}^N \frac{1}{n^2} + \frac{1}{\pi} \left[1 + \sqrt{2\pi a'_0} \operatorname{cth} \sqrt{2\pi a'_0} \right]$$

Худди шундай (10) тенгликдаги биринчи йиғиндида қатнашаётган чексиз қўпайтмаларни ҳам (7), (7') формулалар ёрдамида чекли ифода билан алмаштириш мумкин. Олинган натижани (9) га қўйиб h учун ихчам ҳисоблаш формуласига эга бўламиз.

III. Бу босқичда (1) нинг ечимини

$$y(x, s_n) = \cos(s_n x) \left(1 + \frac{\varphi_1}{s_n^2} + \frac{\varphi_2}{s_n^4} \dots \right) + \sin(s_n x) \left(\frac{\psi_0}{s_n} + \frac{\psi_1}{s_n^3} + \dots \right) \quad (11)$$

кўринишда излаймиз

Ушбу тенгликни (1) қўйиш орқали $\varphi_i(x)$ ва $\psi_i(x)$ номаълум функциялар учун қуйидаги рекуррент формулаларини оламиз.

$$\psi_0(x) = h + \frac{1}{2} \int_0^x q(t) dt, \quad \varphi_{i+1} = \psi'_i(x) - \psi'_i(0) - \int_0^x \psi'_0(t) \psi_i(t) dt$$

$$\psi_i(x) = \int_0^x \psi'_0(t) \varphi_i(t) dt - [\varphi'_i(x) - \varphi'_i(0)] \quad (12)$$

Агар чекли сондаги $\{\lambda_k\}_0^N$ ва $\{\mu_k\}_0^N$ хос қийматлар кетма кетлиги берилган бўлса (6), (7), (7'), (8) асимптотик формулалар ёрдамида барча α_k ($k=1,2,3, \dots$) ни тақрибан ҳисоблаш мумкин [2,3]. Иккинчи томондан

$$\alpha_k = \int_0^\pi [y(x, s_k)]^2 dt$$

Ўнг томонининг қийматлари аниқ бўлган ушбу формулага (11) бўйича берилган $y(x, s_n)$ ни қўйиб $\psi_0(x)$ учун тенгламалар сериясини ҳосил қиламиз. Баъзи элементар алмаштиришлардан сўнг тенглама

$$\alpha_k = \frac{\pi}{2} + f(x, s_k) + \int_0^\pi \psi_0(x) \frac{\sin(s_k x)}{s_k} dt + \frac{1}{s_k^2} \int_0^\pi K_1\left(x, \psi_0(x), \frac{1}{s_k}\right) dt + O\left(\frac{1}{s_k^6}\right) \quad (13)$$

кўринишга келади. Бу ерда $f(x, s_k), K_1(x, \psi_0(x), s_k)$ лар аниқ кўринишга эга чегараланган функциялардир. Тенгламада номаълум функция интеграл тагида қатнашганлиги учун аниқ интегрални тақрибий ечиш усулидан фойдаланамиз. Бунинг учун $[0; \pi]$ оралик N қисмга бўлинади ва (13) тенгламадаги интегралларни интеграл йиғинди билан алмаштирилади. Натижада ҳар хил N та s_i лар учун $\psi_0(x_i)$, ($i = 0, N$) га нисбатан N та алгебраик тенгламалар системаси ҳосил бўлади. Тенгламалар системасини бирор усулда ечиш орқали (1)-(2) чегаравий масаласидаги биз излаётга $q(x)$ нинг $[0; \pi]$ оралиқдаги сонли қийматларини аниқлаш мумкин.

Юқорида тавсия қилинган ечимни топиш усулида бир жиҳатга эътибор қаратиш керак. Номаълумга нисбатан тенгламалар системаси сонини ошириш орқали тақрибий ечим аниқлигини исталганча ошириб бўлмайди. Бунга сабаб етарли катта N_0 дан бошлаб N_0 дан катта индексли тенгламалар ўзаро устма уст тушиб бошлайди. Бу эса тенгламалар сони билан номалумлар сони ўртасидаги фарқнинг ошишига олиб келади.

Агар (9) тенгликнинг иккала тарафини 0 дан ∞ гача бўлган оралиқда қўшиб чиқсак, $\psi_0(x)$ га нисбатан I тур Фредгольм тенгламасини оламиз. Ушбу тенглама ядросининг хусусиятидан келиб чиқиб уни 2-тур Фредгольм тенгламасига ўтказиш мумкин. Бу тенгламани исталган юқори аниқликда ечиш мумкин. Ушбу ёндашув юқоридаги камчиликни тўлиқ бартараф этади.

IV. Ушбу босқичда N нинг қиймати аниқланади. Бунинг учун юқорида аниқланган $q(x)$ нинг қийматларини (12) га қўйиш орқали $\varphi_i(x)$ ва $\psi_i(x)$ лар қийматини, ва ўз

наббатида (11) ёрдамида $y(x, s_n)$ ни топамиз. Топилган $y(\pi, s_n)$ нинг қийматини (2) га қўйиш ва

$$\frac{y'(\pi)}{y(\pi)} = H$$

нисбат орқали H нинг қиймати топилади. Ушбу нисбатнинг мавжудлиги [1] да етарлича ўрганилган.

Ушбу алгоритм бўйича Matlab дастурида (1)-(2) тескари масаланинг параметрларини тўлиқ аниқловчи ҳисоблаш дастури тузилган ва аниқ мисолларда таққослашлар ўтказилган.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати:

1. Левитан Б.М. Сарксян И.С. Операторы Штурма – Лиувилля и Дирака. Москва (МГУ). 1984 г;
2. Аптекарев А.И. «Сходимость аппроксимаций Паде и совместных аппроксимаций для некоторого класса целых функций». Автореферат. 1983;
3. Абдуназаров Р. О численной решение обратной спектральной задачи для оператора Дирака. Журнал “Вопросы вычислительной и прикладной математики”. Выпуск 95. Ташкент 1993. Стр. 10-20.

О МОДЕЛИ НЕГЛАДКОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ НЕТОЧНОСТИ НАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Отакулов С.

доктор физ-мат. наук, профессор,
Джизакский политехнический институт

Хайдаров Т.Т.

Джизакский политехнический институт

Аннотация: В работе рассматривается математическая модель одной негладкой задачи оптимального управления. При предположении неточности начальных данных динамической системы для задачи минимизации негладкого функционала изучены условия оптимальности.

Ключевые слова: система управления, неточность данных, негладкий функционал, условия оптимальности.

1. Введение. Математическая теория экстремальных задач имеет широкие приложения к прикладным задачам управления и оптимизации, возникающих в разнообразных сферах науки, техники, экономики и производства. Современные исследования по разработке новых эффективных методов оптимизации неразрывно связаны развитием других разделов математики, такие как, функциональный анализ, выпуклый и негладкий анализ, теория дифференциальных уравнений, теория динамических систем и теория дифференциальных включений [1–3, 5–7].

Вопросы принятия решения в экономическом планировании и организации производства, при проектировании технических устройств и управления технологическими процессами приводят к новым задачам оптимизации. Негладкие задачи оптимизации составляют широкий класс математических моделей таких задач [1,2]. В этих задачах как обычно критерий качества управления задается негладким терминальным функционалом.