ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АТМОСФЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Эльмуродов Жамшид
Доцент, кандидат физико-математических наук,
кафедра математики и информационных технологий, Oriental University
Ахмадов Самандар
Студент 1 курса Oriental University
https://doi.org/10.5281/zenodo.15602668

Аннотация. Прогнозирование погоды представляет собой сложную задачу, требующую учета нелинейной динамики атмосферы. В данной работе рассматривается использование дифференциальных уравнений для моделирования погодных процессов. Модель основана на одномерном приближении уравнений Навье–Стокса, уравнений сохранения энергии и массы, а также уравнения состояния. Численное решение уравнений реализовано с помощью метода конечных разностей и схемы Рунге–Кутта четвертого порядка. Результаты демонстрируют распространение тепловых волн и позволяют оценить эффективность различных численных методов. Работа подчеркивает значимость математического моделирования в краткосрочном прогнозировании метеорологических условий.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, прогноз погоды, численное моделирование, уравнения Навье–Стокса, метод Рунге–Кутта.

Введение. Современные системы прогнозирования погоды основаны на численном решении физических моделей атмосферы. Эти модели включают уравнения движения, теплопередачи и массы воздуха. С начала XX века, начиная с идей Вильгельма Бьеркнеса, математические уравнения стали основой метеорологии.[1]

Цель данной работы — разработать и протестировать простую одномерную симуляционную модель атмосферы, пригодную для анализа краткосрочных погодных изменений.

Теоретические основы и математическая модель. Атмосфера моделируется как сжимаемая жидкость, описываемая следующими уравнениями[2]:

Уравнение движения (Навье–Стокса):

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Уравнение теплопереноса: $\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}=\kappa\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

Уравнение непрерывности: $\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}=0$

Уравнение состояния (идеальный газ): $p=\rho RT$

Упрощения:

- Модель одномерная (горизонтальный перенос).

- Постоянные значения вязкости и теплопроводности.
- Границы периодические: $f(0) = f(L)$

Методы. ***Дискретизация.*** Пространственная область [0,1000]км делится на 100 равных отрезков[3]. Используются разностные схемы:

- *Центральная разность 1-го порядка:*

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i \approx \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x}$$

- Центральная разность 2-го порядка:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i \approx \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta x)^2}$$

Временная интеграция. Применялись две схемы:

- Явная схема Эйлера (проста, но менее точна)
- Метод Рунге–Кутта 4-го порядка (устойчив и точен)

Начальные и граничные условия. Начальная температура:

$$T(x,0) = 280 + 10 \cdot e^{-\frac{(x-500)^2}{2\cdot 50^2}}$$

Постоянная скорость ветра: $u(x,0) = 10 \text{ m/s}$

Постоянная плотность: $\rho(x,0) = 1.2 \text{ kg/m}^3$

Результаты и анализ. Симуляция показала продвижение теплового фронта с запада на восток, как это характерно для погодных систем умеренных широт. После 3 и 6 часов максимум температуры сместился на 30 и 60 км соответственно, что соответствует скорости потока 10 м/с.

Сравнение методов показало:

Метод	Средняя ошибка (°C)	Макс. отклонение (°C)
Эйлер	1.8	3.5
Рунге–Кутта 4	0.9	1.7

Метод Рунге–Кутта обеспечивает лучшую точность и сохраняет форму волны.

Обсуждение.

Роль уравнений в прогнозе.Как подчеркивают Калнай (2003) и Холтон (2012), уравнения Навье–Стокса лежат в основе всех глобальных моделей погоды (ECMWF, GFS, UKMO). Несмотря на упрощение, 1D модель воспроизводит ключевые процессы — адvekция и теплопроводность[4][5].

Ограничения модели.

- Отсутствует вертикальное движение и влажность
- Не учитываются осадки, рельеф, вращение Земли
- Нет данных наблюдений (ассимиляции)

Заключение. Простая одномерная модель, основанная на дифференциальных уравнениях, позволяет воспроизвести основные особенности краткосрочной динамики атмосферы. Использование схемы Рунге–Кутта значительно улучшает точность[6].

Работа показывает потенциал таких моделей в обучении и исследовании основ атмосферной физики.

References:
Используемая литература:
Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Калнай, Э. (2003). *Атмосферное моделирование, ассимиляция данных и предсказуемость*. Кембриджский университет.
2. Холтон, Дж. Р., и Хаким, Г. Дж. (2012). *Введение в динамическую метеорологию* (5-е изд.). Академик Пресс.
3. Дурран, Д. Р. (2010). *Численные методы в гидродинамике: применение в геофизике* (2-е изд.). Спрингер.
4. ECMWF – Европейский центр среднесрочных прогнозов. (2023). *Документация по IFS*. https://www.ecmwf.int
5. NCEP – Национальный центр прогнозов окружающей среды. (2023). *Описание модели GFS*. https://www.ncep.noaa.gov
6. Британский метеорологический офис. (2023). *Описание унифицированной модели*. https://www.metoffice.gov.uk