

TARMOQLANUVCHI TASODIFIY JARAYONLARNI TADQIQ ETISHDA HOSIL QILISH FUNKSIYALARINING O'RNI

Negmatova Kamola

negmatovakamola@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.16927302>

Ehtimolliklar nazariyasining ko'plab tatbiqlari ichida, zarralarning biror tasodifiy qonuniyatga ko'ra ko'payishi, yoki boshqa zarralarga aylinishini ifodalovchi jarayonlar muhim o'rin tutadi. Agar ushbu jarayonlarda har bir zarraning o'zgarishi boshqa zarralarga bog'liq bo'lmasa, bunday jarayonlar tarmoqlanuvchi jarayonlar yordamida o'rganiladi. Tarmoqlanuvchi jarayonlarga olib keladiga masalalar dastlab, XIX asrning so'nggi choragida angliyalik olimlar Galton va Vatsonlar tomonidan o'rganilgan. Ma'lumki, tarixda yuqori mavqega ega bo'lgan shaxslarning familiyalarining yo'qolib ketishi, bir necha bor qayd etilgan haqiqatdir. Frensis Galton keng tarqalgan familiyalarni keyinchalik noyob bo'lib qolishi yoki hatto butunlay yo'qolib ketishiga e'tibor qaratdi va familiyaning yo'qolishi ehtimolligi degan tushunchani olib uni o'rganishga kirishdi. Keyinchalik ushbu masala qaysidir ma'noda Vatson tomonidan o'z yechimini topdi.

Faraz qilaylik, nolinchi avlod deb bitta vakil bo'lsin. Uning farzandlari birinchi avlodni, nabiralari ya'ni, farzandlarining farzandlari ikkinchi avlodni tashkil etadi va hokazo. Har bir avlodda ehtimolliklar o'zgarmaydi deb olamiz.

$Z_0, Z_1, Z_2, \dots$ orqali nolinchi, birinchi, ikkinchi va hokazo avlodlardagi zarralar sonini belgilaymiz. U holda $Z_0 = 1, Z_1$ esa ushbu $p_k = P\{Z_1 = k\}$ taqsimot qonuniga ega bo'ladi (by

yerda $p_k \geq 0, k = 0, 1, 2, 3, \dots, \sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1$). $\{Z_n\}$ ketma-ketlik diskret vaqtli tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayonni tashkil etadi.

Bu jarayonni o'rganishda hosil qilish funksiyalari muhim o'rin tutadi. Biz doimiy ravishda ehtimollik hosil qilish funksiyalardan foydalanamiz:

$$f(s) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k s^k, \quad |s| \leq 1, \quad p_k \geq 0, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad \sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1$$

bu yerda s - kompleks son. Oson tekshirish mumkinki, $f(s) = Es^{Z_1}, \quad |s| \leq 1$.

Ehtimollik hosil qilish funksiyalarining ba'zi xossalari keltiramiz. Faraz qilaylik biror ξ tasodifiy miqdorning ehtimollik hosil qilish funksiyasi $F(s) = Es^{\xi}$ bo'lsin.

1. $F(s)$ hosil qilish funksiyasi kompleks tekislikning $|s| \leq 1$ birlik doirasining barcha s nuqtasida aniqlangan va $|s| < 1$ da analitik.

2. Har bir $\{p_0, p_1, p_2, \dots\}$ ehtimollik taqsimotiga bitta va faqat bitta $F(s)$ hosil qilish funksiyasi mos keladi. Shu bilan birga $|s| < 1$ da analitik bo'lgan, s darajalari bo'yich qatorga yoyilmasidagi barcha koeffitsientlari manfiy bo'lmagan, $F(1) = 1$ shartni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy $F(s)$ funksiyaga bitta va faqat bitta $\{p_0, p_1, p_2, \dots\}$ ehtimollik taqsimoti mos keladi va

$$p_n = \frac{1}{n!} F^{(n)}(0), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

3. Ixtiyoriy natural son k uchun

$$E\xi(\xi-1)\dots(\xi-k+1)=F^{(k)}(1),$$

xususan,

$$E\xi=F'(1), \quad D\xi=F''(1)+F'(1)-(F'(1))^2.$$

4. Aytaylik, manfiy bo'lmagan butun qiymatli $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ va V tasodifiy miqdorlar bog'liqsiz, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ lar bir xil taqsimlangan bo'lsin. U holda $\eta_v = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_v$ tasodifiy yig'indining hosil qilish funksiyasi $F_{\eta_v}(s) = F_v(F_{\xi_1}(s))$ ga teng bo'ladi.

Yuqorida keltirilga hossalardan ko'rinib turibdiki, tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayonlarni o'rganishda, ya'ni bizni qiziqtirgan masalalarni, jumladan n -avloddagi zarralar soni Z_n ning taqsimot qonunini, sonli xarakteristikalarini, tugash ehtimolligini va shu kabi masalalarni tadqiq etishda hosil qilish funksiyalar metodi juda kuchli matematik apparat bo'lib xizmat qiladi.

Hozirgachada tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayonlarning turli xil modellari o'rganilgan va o'rganib kelinmoqda. Ushbu modellarning xususiyatlariga qarab hosil qilish funksiyalari uchun funksional munosabatlar olish muhim hisoblanadi.

Ushbu konferensiyada holatga bog'liq immigratsiyali tarmoqlanuvchi jarayonlar hosil qilish funksiyalari uchun olingan funksional munosabatlar haqida ma'ruza qilinadi.

References:

Используемая литература:

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Т.Харрис. Теория ветвящихся процессов. Изд. «Мир», Москва, 1966 г. 355 стр.
2. Б.А.Севастьянов. Ветвящиеся процессы. М. «Наука» 1971 г., 436 стр.