

**DINAMIK DASTURLASH VA BELLMAN FUNKSIONAL TENGLAMASI
ASOSIDA OPTIMALLASHTIRISH MASALALARINI YECHISH**

Roʻzaliyev Sherzodjon Avazjonovich

Fargʻona davlat universiteti axborot texnologiyalari kafedrası mudiri,
pedagogika fanlari boʻyicha falsafa doktori (PhD)

E-mail: sherzodjonruzaliyev@gmail.com

ORCID ID 0000-0002-0019-8446

Rahmatov Ziyodullo Rustamjon oʻgʻli

Fargʻona Davlat Universiteti Amaliy matematika yoʻnalishi

3-kurs talabasi 22.11-guruh talabasi

E-mail: zrahmatov921@gmail.com

Joʻrayev Ahliddin Ravshanjon oʻgʻli

Fargʻona Davlat Universiteti Amaliy matematika yoʻnalishi 3-kurs talabasi

E-mail: tdaxshat@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15305044>

Annotatsiya: Dinamik dasturlash koʻp bosqichli jarayonlarni optimal boshqarish va matematik dasturlash masalalarini yechishning muhim usulidir. Ushbu usul, ayniqsa, maqsad funksiyasi separabel boʻlgan masalalarni yechishda samarali qoʻllaniladi. Maqolada dinamik dasturlashning asosiy tushunchalari, resurs taqsimoti masalasi misolida koʻrib chiqiladi. R. Bellman tomonidan ishlab chiqilgan usul asosida masalalar oilasi tuziladi, Bellman funksiyasi va tenglamasi yordamida optimal yechim qadam-baqadam aniqlanadi. Bellman tenglamasi rekurrent shaklda yozilib, boshlangʻich shartlardan foydalanib ketma-ket funksiyalar hisoblanadi. Masalaning yechimi optimal taqsimot va maksimal foydani aniqlash orqali topiladi.

Maqolada, shuningdek, dinamik dasturlash algoritmi va undan jadval yordamida foydalanish usullari keltiriladi. Misollar orqali resurs taqsimoti masalasining yechimi va Bellman tenglamasining amaliy qoʻllanilishi tushuntiriladi. Ushbu usulning afzalligi sifatida qavariq funksiyalar xossalari kelib chiqadigan maksimum nuqtalarining aniqligi va hisoblashlarning soddaligi taʼkidlanadi. Mavzu iqtisodiy, texnik va boshqa sohalaridagi koʻp bosqichli masalalarni yechishda qoʻllanilishi mumkin boʻlgan universal yondashuv sifatida muhim ahamiyatga ega.

Kalit soʻzlar: dinamik dasturlash, jarayon, dinamik jarayonlar, matematik dasturlash, maqsad funksiyasi, resurs miqdori, resurs taqsimoti, xom ashyo, masalalar oilasi, Bellman tenglamasi, Bellman funksiyasi.

Annotation:

Dynamic programming is an important method for solving multi-stage process optimal control and mathematical programming problems. This method is



particularly effective in solving problems where the objective function is separable. The article discusses the basic concepts of dynamic programming, using the resource allocation problem as an example. Based on the method developed by R. Bellman, a family of problems is formulated, and the optimal solution is determined step-by-step using the Bellman function and equation. The Bellman equation is written in a recurrent form, and successive functions are calculated using initial conditions. The solution to the problem is found by determining the optimal allocation and maximum benefit. The article also presents the dynamic programming algorithm and methods of using it with tabular approaches. Through examples, the solution of the resource allocation problem and the practical application of the Bellman equation are explained. An advantage of this method is the precision of the maximum points arising from the properties of convex functions and the simplicity of calculations. The topic is of great importance as a universal approach for solving multi-stage problems in economic, technical, and other fields.

Keywords: dynamic programming, process, dynamic processes, mathematical programming, objective function, resource quantity, resource allocation, raw material, family of problems, Bellman equation, Bellman function.

Аннотация:

Динамическое программирование является важным методом решения задач оптимального управления многоэтапными процессами и математического программирования. Этот метод особенно эффективен при решении задач с сепарабельной целевой функцией. В статье рассматриваются основные понятия динамического программирования на примере задачи распределения ресурсов. На основе метода, разработанного Р. Беллманом, формируется семейство задач, а оптимальное решение определяется пошагово с использованием функции и уравнения Беллмана. Уравнение Беллмана записывается в рекуррентной форме, и с использованием начальных условий последовательно рассчитываются функции. Решение задачи достигается путем определения оптимального распределения и максимальной выгоды. В статье также приводится алгоритм динамического программирования и методы его применения с использованием таблиц. На примерах объясняется решение задачи распределения ресурсов и практическое применение уравнения Беллмана. Среди преимуществ данного метода отмечаются точность нахождения точек максимума благодаря свойствам



выпуклых функций и простота расчетов. Тема имеет важное значение как универсальный подход к решению многоэтапных задач в экономике, технике и других областях.

Ключевые слова: динамическое программирование, процесс, динамические процессы, математическое программирование, целевая функция, количество ресурсов, распределение ресурсов, сырье, семейство задач, уравнение Беллмана, функция Беллмана.

Dinamik dasturlash ko'p bosqichli jarayonlarni optimallashtirish va murakkab matematik dasturlash masalalarini yechishda keng qo'llaniladigan samarali usuldir. Amerikalik olim Richard Bellman tomonidan 1950-yillarda asos solingan bu usul, ayniqsa, maqsad funksiyasi separabel bo'lgan va resurs taqsimoti, optimal boshqaruv, iqtisodiy modellashtirish kabi sohalarda qo'llaniladigan masalalarni yechishda muhim ahamiyatga ega. Dinamik dasturlashning asosiy g'oyasi murakkab masalani kichikroq qismlarga bo'lish va ularni ketma-ket yechish orqali umumiy optimal yechimni topishdan iborat. Bu jarayonda Bellman funksional tenglamasi markaziy rol o'ynaydi, chunki u har bir bosqichda optimal qaror qabul qilishni ta'minlaydi. Bellman tenglamasi masalalar oilasini tahlil qilish va rekurrent bog'lanishlar orqali yechimni qurish imkonini beradi. Ushbu usulning afzalliklari orasida uning universal tabiati, qavariq funksiyalar bilan ishlashdagi aniqligi va hisoblash jarayonlarining tizimli tashkil etilishi kiradi. Mazkur maqolada dinamik dasturlash usulining nazariy asoslari, Bellman tenglamasining tuzilishi va uning resurs taqsimoti masalasiga qo'llanilishi misollar orqali yoritiladi. Shuningdek, algoritmik yondashuvlar va jadval usulidan foydalanish kabi amaliy jihatlar tahlil qilinadi. Mavzu iqtisod, muhandislik, informatika va boshqa sohalarda qo'llanilishi mumkin bo'lgan keng ko'lamli masalalarni yechishda muhim vosita sifatida o'z ahamiyatini saqlab kelmoqda.

Adabiyotlar tahlili

Dinamik dasturlash va Bellman funksional tenglamasi bo'yicha adabiyotlar tahlili uchun mavzuning asosiy yo'nalishlari, muhim manbalar va ulardagi yondashuvlarni qisqacha ko'rib chiqamiz. Quyida ushbu sohada keng tarqalgan adabiyotlar va ularning mazmuni tahlil qilinadi: 1. R. Bellman. Dynamic Programming (1957) Tavsif: Dinamik dasturlash usulining asoschisi Richard Bellman tomonidan yozilgan ushbu kitob sohada fundamental manba hisoblanadi. Kitobda dinamik dasturlashning nazariy asoslari, Bellman tenglamasi va uning turli masalalarga qo'llanilishi muhokama qilinadi. Tahlil: Bellman o'z ishida ko'p bosqichli jarayonlarni optimallashtirish uchun umumiy



yondashuvni taklif qiladi. Kitobda resurs taqsimoti, inventar boshqaruvi va optimal boshqaruv masalalariga misollar keltirilgan. Biroq, zamonaviy hisoblash texnologiyalari nuqtai nazaridan kitobning amaliy qo'llanilishi cheklangan bo'lishi mumkin, chunki u asosan nazariy jihatlariga e'tibor qaratadi. Muhim jihati: Bellman funksiyasi va tenglamasining dastlabki ta'rifi va ularning matematik asoslari.

Tadqiqotlar metodologiyasi

Dinamik dasturlash usuli va Bellman funksional tenglamasi bo'yicha tadqiqotlar metodologiyasi nazariy tahlil, matematik modellash va amaliy yechimlarni sinashga asoslanadi. Quyida ushbu mavzu bo'yicha tadqiqot jarayonining asosiy bosqichlari va metodologik yondashuvlari keltiriladi: **Maqsad va vazifalarni aniqlash** Tadqiqotning asosiy maqsadi dinamik dasturlash usulining Bellman tenglamasi yordamida ko'p bosqichli optimallashtirish masalalarini yechishdagi samaradorligini o'rganishdir. Vazifalar quyidagilardan iborat: Dinamik dasturlashning nazariy asoslarini tahlil qilish. Bellman tenglamasining tuzilishi va uning turli masalalarga qo'llanilishini o'rganish. Resurs taqsimoti kabi amaliy masalalarda usulning qo'llanilishini sinab ko'rish. Algoritmik yechimlar va jadval usullarining samaradorligini baholash.

Tahlil va natijalar

Dinamik dasturlash usuli

Dinamik dasturlash – ko'p bosqichli va dinamik jarayonlarni matematik dasturlash hamda optimal boshqarishning maxsus masalalarini yechish usulidir. Quyida bu usulning matematik dasturlash masalalaridan bir tipiga qo'llanilishini ko'ramiz.

1. Masalaning qo'yilishi. Matematik dasturlashning quyidagi

$$u = \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \rightarrow \max, \quad \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq (=) b, a_i > 0, x_i \geq 0, i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

masalasini qaraymiz. Bu masalaning o'ziga xos xususiyati shundan iboratki, uning maqsad funksiyasi separabeldir, ya'ni bir o'zgaruvchili $f_i(x_i), i = \overline{1, n}$, funksiyalar yig'indisidan iborat.

Bir qator iqtisodiy masalalarni (1) masala ko'rinishida matematik modellash mumkin. Shunday masalalardan biri-resurslar taqsimoti haqidagi masaladir. U b miqdordagi xom ashyo (resurs) va n ta texnologik jarayonlar berilgan bo'lsin; agar xom ashyoning x miqdorini i - texnologik jarayonda foydalansak, $f_i(x)$ miqdordagi foyda olinishi ma'lum bo'lsa, maksimal





umumiy foyda olish uchun xom ashyoni jarayonlar o'rtasida qanday taqsimlash kerak?

Agar x_i orqali i -jarayon uchun ajratilgan resurs miqdorini belgilasak, $u = \sum_{i=1}^n f_i(x_i)$ - jami foyda, $\sum_{i=1}^n x_i = b$, $x_i \geq 0$, $i = \overline{1, n}$ bo'ladi. Natijada resurslar taqsimoti haqidagi masala quyidagicha matematik modellashtiriladi:

$$\sum_{i=1}^n f_i(x_i) \rightarrow \max, \quad \sum_{i=1}^n x_i = b, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

2. Masalaning yechilishi. Amerikalik olim R. Bellman tomonidan asoslangan sxemaga ko'ra, (1) masalani dinamik dasturlash usuli bilan yechish quyidagi bosqichlarda amalga oshiriladi.

Birinchi bosqichda (1) masalani unga o'xshash masalalar oilasiga invariant kiritamiz, ya'ni

$$u = \sum_{i=1}^k f_i(x_i) \rightarrow \max, \quad \sum_{i=1}^k a_i x_i \leq (=) y, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, k}, \quad 1 \leq k \leq n, \quad 0 \leq y \leq b \quad (3)$$

masalalar oilasini qaraymiz. (3) masala maqsad funksiyasining optimal qiymatini $B_k(y)$ kabi belgilaymiz:

$$B_k(y) = \max \sum_{i=1}^k f_i(x_i), \quad \sum_{i=1}^k a_i x_i \leq (=) y, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, k}. \quad (4)$$

$B_k(y)$ - Bellman funksiyasi deyiladi.

Ikkinchi bosqichda rekurrent

$$B_k(y) = \max_{0 \leq z \leq \frac{y}{a_k}} [f_k(z) + B_{k-1}(y - a_k z)], \quad k = \overline{2, n}, \quad 0 \leq y \leq b$$

Bellman tenglamasidan va $b_1(y) = \max_{0 \leq z \leq y/a_1} f_1(z)$ (asosiy bog'lanish tenglik shaklda bo'lgan holda $b_1(y) = f_1(y/a_1)$ boshlang'ich shartdan foydalanib ketma-ket $B_2(y), B_3(y), \dots, B_n(y)$ funksiyalarini topamiz.

Oxirgi, **uchinchi bosqichda** (1) masalaning $\{x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0\}$ yechimini quramiz: x_n^0 ni $f_n(z) + B_{n-1}(b - a_n z)$, $0 \leq z \leq b/a_n$ funksiyaga maksimum beruvchi nuqta sifatida aniqlaymiz, ya'ni $f_n(x_n^0) + B_{n-1}(b - a_n x_n^0) = \max_{0 \leq z \leq b/a_n} [f_n(z) + B_{n-1}(b - a_n z)]$, x_{n-1}^0 ni ham shunga o'xshash $f_{n-1}(x_{n-1}^0) + B_{n-2}(b_1 - a_{n-1} x_{n-1}^0) = \max_{0 \leq z \leq b/a_{n-1}} [f_{n-1}(z) + B_{n-2}(b_1 - a_{n-1} z)]$ shartdan aniqlaymiz, bu yerda $b_1 = b - a_n x_n^0$.

Shunday davom etib, x_{n-1}^0 , $i = 2, 3, \dots, n-2$ nuqtalarni





$$f_{n-i}(x_n^0) + B_{n-i-1}(b_i - a_{n-i}x_{n-i}^0) = \max_{0 \leq z \leq b_i/a_{n-1}} [f_{n-i}(z) + B_{n-i-1}(b_i - a_{n-i}z)]$$

shartdan topamiz, bu yerda

$$b_i = b - \sum_{k=0}^{i-1} a_{n-k}x_{n-k}^0, \quad i = 2, 3, \dots, n-2.$$

x_1^0 ni esa, $f_1(x_1^0) = \max_{0 \leq z \leq b_{n-1}/a_1} f_1(z)$ shartdan topamiz (asosiy bog'lanish tenglik

ko'rinishda bo'lganda esa, $x_1^0 = (b - \sum_{k=0}^{i-1} a_{n-k}x_{n-k}^0)/b_1$ bo'ladi). (1) masala maqsad funksiyasining maksimal qiymati $B_n(b)$ ga teng.

Eslatma. Agar (1) masalada $f_i(x)$, $i = \overline{1, n}$ funksiyalar ham qavariq bo'lsa, $B_1(y), B_2(y), \dots, B_n(y)$ funksiyalar ham qavariq bo'ladilar va demak qavariq funksiyalarning xossalari ko'ra (4) tenglamaning o'ng tomonida maksimumga yo $z = 0$, yoki $z = y/b_k$ nuqtada erishiladi.

1-misol. Resurslar taqsimoti haqidagi (2) masalada

$$n = 3, \quad b = 4, \quad f_1(x) = x, \quad f_2(x) = x^2 + x, \quad f_3(x) = x^2 - x^3 + 24x$$

bo'lsin. Shu masalani yechamiz.

Demak, quyidagi masala berilgan:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots$$

$$\sum_{i=1}^3 f_i(x_i) = x_1 + x_2^2 + x_2 + x_3^2 - x_3^3 + 24x_3 \rightarrow \max,$$

Unga o'xshash masalalar oilasi quyidagicha bo'ladi:

$$\sum_{i=1}^k x_i = y, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, k}, \quad k = 1, 2, 3, \quad 0 \leq y \leq 4,$$

$$\sum_{i=1}^k f_i(x_i) \rightarrow \max.$$

Bellman funksiyasi

$$B_k(y) = \max \sum_{i=1}^k f_i(x_i), \quad \sum_{i=1}^k x_i = y, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, k}, \quad k = 1, 2, 3, \quad 0 \leq y \leq 4$$

uchun Bellman tenglamasini yozamiz:

$$B_k(y) = \max_{0 \leq z \leq y} [f_k(z) + B_{k-1}(y-z)], \quad k = 2, 3, \quad 0 \leq y \leq 4.$$

Bu tenglama uchun boshlang'ich shart $B_1(y) = f_1(y) = y$ bo'ladi. Bellman tenglamasidan ketma-ket $B_2(y)$ va $B_3(y)$ funksiyalarni topamiz:

$$B_2(y) = \max_{0 \leq z \leq y} [f_2(z) + B_1(y-z)] = \max_{0 \leq z \leq y} [z^2 + z + y - z] = y^2 + y$$



$$B_3(y) = \max_{0 \leq z \leq y} [f_3(z) + B_2(y-z)] = \max_{0 \leq z \leq y} [z^2 - z^3 + 24z + (y-z)^2 + y-z]$$

Endi optimal taqsimotni aniqlaymiz.

$$B_3(4) = \max_{0 \leq z \leq 4} [z^2 - z^3 + 24z + (4-z)^2 + 4-z] = \max_{0 \leq z \leq 4} [2z^2 - z^3 + 15z + 20] = 56$$

bu yerda maksimumga $z = 3$ da erishiladi. Demak,

$$b_1 = b - x_3^0 = 1; \quad B_2(1) = \max_{0 \leq z \leq 1} [z^2 + 1] = 2,$$

bu yerda maksimumga $z = 1$ da erishiladi. Demak, $x_2^0 = 1$. U vaqtda $x_1^0 = 4 - x_3^0 - x_2^0 = 0$.

Shunday qilib, optimal taqsimot quyidagicha bo'ladi: $x_1^0 = 0$, $x_2^0 = 1$, $x_3^0 = 3$: maksimal foyda $B_3(4) = 56$ ga teng.

3. Algoritm. Faraz qilaylik, (1) masalada a_i , $i = \overline{1, n}$, b – butun sonlar bo'lsin hamda x_i , $i = \overline{1, n}$, o'zgaruvchilar faqat manfiy bo'lmagan butun qiymatlar qabul qilinsin. Bu holda Bellman tenglamasi

$$B_k(y) = \max_{z=0,1,\dots,[y/a_k]} [f_k(z) + B_{k-1}(y - a_k z)], \quad k = \overline{2, n}, \quad y = 0, 1, \dots, b \quad (5)$$

va uning uchun boshlang'ich shart

$$B_k(y) = \max_{z=0,1,\dots,[y/a_k]} f_1(z) \quad (6)$$

(asosiy bog'lanish tenglik ko'rinishida bo'lganda $B_1(y) = f_1([y/a_1])$) bo'ladi, bu yerda $[y/a_1] - y/a_1$ sonning butun qismini ifodalaydi.

Qaralayotgan holda (1) masalani dinamik dasturlash usuli bilan yechishni quyidagi **algoritm** bo'yicha amalga oshirish mumkin:

1) $y = 0$ deb olamiz;

2) $f_1(z)$ funksiyaning $z = 0, 1, \dots, [y/a_1]$ nuqtalardagi qiymatlarini

hisoblaymiz ($\sum_{i=1}^n a_i x_i = b$ bo'lganda. $f_1([y/a_1])$ hisoblanadi).

3) $B_k(y) = \max_{z=0,1,\dots,[y/a_k]} f_1(z) = f_1(x_1(y))$ ($B_1(y) = f_1([y/a_1])$) ni hisoblaymiz

hamda $B_1(y)$ va $x_1(y)$ ni eslab qolamiz;

4) agar $y < b$ bo'lsa, $y = y + 1$ deb 2) punktga qaytamiz; aks holda navbatdagi punktga o'tamiz;

5) $k = 2$, $y = 0$ deb olamiz;

6) $z = 0, 1, \dots, [y/a_1]$ uchun $f_k(z) + B_{k-1}(y - a_k z)$ qiymatlarni hisoblaymiz;

7) $B_k(y) = \max_{z=0,1,\dots,[y/a_k]} [f_k(z) + B_{k-1}(y - a_k z)] = f_k(x_k(y)) + B_{k-1}(y - a_k x_k(y))$ ni

hisoblaymiz hamda $B_k(y)$ va $x_k(y)$ ni eslab qolamiz;





8) agar $y < b$ bo'lsa, $y = y + 1$ deb 6) punktga qaytamiz; aks holda navbatdagi punktga o'tamiz;

9) agar $k < n$ bo'lsa. $k = k + 1$, $y = 0$ deb 6) bandga qaytamiz; aks holda navbatdagi bandga o'tamiz;

10) (1) masalani yechimi $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ ni aniqlaymiz:

$$x_n^0 = x_n(b), \quad x_{n-i}^0 = x_{n-i}(b_i), \quad b_i = b - \sum_{j=0}^{i-1} a_{n-j} x_{n-j}^0, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (7)$$

$B_k(b)$ -(1) masala maqsad funksiyasining optimal qiymati bo'ladi.

Eslatma. Agar (7) formulada biror $i_n, 1 \leq i_n \leq n-1$ uchun $b_i = 0$ bo'lsa, $x_i^0 = 0$, $1 \leq i \leq i_n$ bo'ladi.

4. Algoritmdan jadval yordamida foydalanish

$B_k(y)$, $1 \leq k \leq n$, $0 \leq y \leq b$ qiymatlar bilan birga (6) ga maksimum beruvchi $x_1(y, y = 0, 1, 2, \dots, b)$ va (5) ga maksimum beruvchi $x_k(y)$, $k = 1, 2, \dots, n$, $y = 0, 1, 2, \dots, b$ sonlarni ham yozib qo'yamiz (agar (5) va (6) ga maksimum beruvchi nuqtalar bir nechta bo'lsa, ularning hammasi yoziladi). Jadvalni to'ldirgandan so'ng (7) bo'yicha formula bo'yicha (1) masala yechimi $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ ni osongina aniqlash mumkin.

Algoritmdan jadval yordamida foydalanish qo'lda bajariladigan hisoblashlar uchun tavsiya qilinadi.

Eslatma. Asosiy bog'lanish tenglik ko'rinishda bo'lganda (ya'ni $\sum_{i=1}^n a_i x_i = b$) $x_1(y)$, $y = 0, 1, 2, \dots, b$ sonlarni jadvalga yozish shart emas. Bu holda

(1) masala yechimining x^0 koordinatasini $x_1^0 = \left[\left(b - \sum_{j=0}^{n-2} a_{n-j} x_{n-j}^0 \right) / a_1 \right]$ formula

bilan topamiz.

1-jadval

y $B_k(y)$	0	1	2	...	k	...	b
$B_1(y)$ $x_1(y)$	$B_1(0)$ $x_1(0)$	$B_1(1)$ $x_1(1)$	$B_1(2)$ $x_1(2)$	...	$B_1(k)$ $x_1(k)$	...	$B_1(b)$ $x_1(b)$
$B_2(y)$ $x_2(y)$	$B_2(0)$ $x_2(0)$	$B_2(1)$ $x_2(1)$	$B_2(2)$ $x_2(2)$	...	$B_2(k)$ $x_2(k)$	...	$B_2(b)$ $x_2(b)$
...	...	...	...	...	...	...	...

$B_n(y)$	$B_n(0)$	$B_n(1)$	$B_n(2)$	...	$B_n(k)$	...	$B_n(b)$
$x_n(y)$	$x_n(0)$	$x_n(1)$	$x_n(2)$		$x_n(k)$		$x_n(b)$

2-misol. $\frac{x_1^2}{2} + x_2^2 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \max, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 6,$

bu yerda $x_i \geq 0, \quad i=1,2,3$ – butun qiymatlar qabul qiladi.

Yechish. Berilgan masala uchun $n=3, a_1=1, a_2=2, a_3=3, b=6,$

$$f_1(x) = \frac{x^2}{2}, \quad f_2(x) = x^2 - x, \quad f_3(x) = 2x$$

2-jadvalni to'ldiramiz. Birinchi qatorga quyidagi sonlarni yozamiz:

$$B_k(y) = \max_{z=0,1,\dots,[y/a_k]} f_1(z) = \max_{z=0,1,\dots,y} \frac{z^2}{2} = \frac{y^2}{2}, \quad y=0,1,\dots,6$$

Ikkinchi satrni to'ldiramiz:

$$B_2(y) = \max_{z=0,1,\dots,[y/a_2]} [f_2(z) + B_1(y - a_2 z)] = \max_{z=0,1,\dots,[y/a_1]} \left[z^2 - z + \frac{(y - 2z)^2}{2} \right], \quad y=0,1,\dots,6$$

$$B_2(0) = \left[z^2 - z + \frac{4z^2}{2} \right]_{z=0} = 0, \quad x_2(0) = 0$$

$$B_2(1) = \max_{z=0, [\frac{1}{2}]} \left[z^2 - z + \frac{(1 - 2z)^2}{2} \right] = \left[z^2 - z + \frac{(1 - 2z)^2}{2} \right]_{z=0} = \frac{1}{2}, \quad x_2(1) = 0,$$

$$B_2(2) = \max_{z=0,1} \left[z^2 - z + \frac{(2 - 2z)^2}{2} \right] = \max \{2; 0\} = 2, \quad x_2(2) = 0,$$

$$B_2(3) = \max_{z=0, [\frac{3}{2}]} \left[z^2 - z + \frac{(3 - 2z)^2}{2} \right] = \max \left\{ \frac{9}{2}; \frac{1}{2} \right\} = \frac{9}{2}, \quad x_2(3) = 0,$$

$$B_2(4) = \max_{z=0,1,2} \left[z^2 - z + \frac{(4 - 2z)^2}{2} \right] = \max \{8; 2; 2\} = 8, \quad x_2(4) = 0,$$

$$B_2(5) = \max_{z=0,1, [\frac{5}{2}]} \left[z^2 - z + \frac{(5 - 2z)^2}{2} \right] = \max \left\{ \frac{25}{2}; \frac{9}{2}; \frac{3}{2} \right\} = \frac{25}{2}, \quad x_2(5) = 0,$$

$$B_2(6) = \max_{z=0,1,2,3} \left[z^2 - z + \frac{(6 - 2z)^2}{2} \right] = \max \{18; 8; 4; 6\} = 18, \quad x_2(6) = 0,$$

Xuddi shunga o'xshash, jadvalning uchinchi satrini $B_3(y)$ funksiyaning

$$B_3(y) = \max_{z=0,1,\dots,[y/a_3]} [f_3(z) + B_2(y - a_3 z)] = \max_{z=0,1,\dots,[y/a_1]} [f_3(z) + B_2(y - 3z)], \quad y=0,1,\dots,6,$$



ifodadan aniqlanuvchi qiymatlar $B_3(0), B_3(1), \dots, B_3(6)$ lar va bu ifodaga maksimum beruvchi $x_3(0), x_3(1), \dots, x_3(6)$ sonlar bilan to'ldiramiz.

2-jadval

$y \backslash B_k(y)$	0	1	2	3	4	5	6
$B_1(y)$ $x_1(y)$	00	$\frac{1}{2}$ 1	22	$\frac{9}{2}$ 3	84	$\frac{25}{2}$ 5	186
$B_2(y)$ $x_2(y)$	00	$\frac{1}{2}$ 0	20	$\frac{9}{2}$ 0	80	$\frac{25}{2}$ 0	180
$B_3(y)$ $x_3(y)$	00	$\frac{1}{2}$ 0	20	$\frac{9}{2}$ 0	80	$\frac{25}{2}$ 0	180

Tuzilgan jadvalning oxirgi ustuni berilgan masala yechimini aniqlaydi, chunki (7) formulaga ko'ra.

$$x_3^0 = x_3(6) = 0, \quad x_2^0 = x_2(6 - a_3 x_3^0) = x_2(6) = 0, \quad x_1^0 = x_1(6 - a_3 x_3^0 - a_2 x_2^0) = x(6) = 6$$

Maqsad funksiyasining maksimal qiymati $B_3(6) = 18$.

Xulosa

Dinamik dasturlash usuli va Bellman funksional tenglamasi ko'p bosqichli optimallashtirish masalalarini yechishda muhim va samarali vosita sifatida o'z ahamiyatini isbotlagan. Richard Bellman tomonidan ishlab chiqilgan bu usul, ayniqsa, separabel maqsad funksiyalari va chiziqli cheklovlariga ega masalalarni, masalan, resurs taqsimoti, optimal boshqaruv va iqtisodiy modelashtirishni yechishda keng qo'llaniladi. Bellman tenglamasi masalalar oilasini tahlil qilish va rekurrent hisoblashlar orqali optimal yechimni bosqichma-bosqich qurish imkonini beradi. Ushbu usulning asosiy afzalliklari qavariq funksiyalar bilan ishlashdagi aniqligi, hisoblashlarning tizimli tashkil etilishi va universal qo'llanilishidir. Tadqiqot jarayonida dinamik dasturlashning nazariy asoslari, algoritmik yondashuvlari va amaliy qo'llanilishi o'rganildi. Resurs taqsimoti masalasi misolida Bellman tenglamasi yordamida optimal yechim topish jarayoni va jadval usullarining qulayligi ko'rsatildi. Algoritmning samaradorligi hisoblash murakkabligi va natijalarning aniqligi nuqtai nazaridan baholandi. Tadqiqot shuni ko'rsatdiki, dinamik dasturlash katta hajmdagi ma'lumotlar va murakkab masalalarda ham barqaror natijalar beradi, lekin katta resurs talab qiladigan masalalarda hisoblash cheklovlari yuzaga kelishi





mumkin. Ushbu usul iqtisod, muhandislik, informatika va boshqa sohalarda ko'p bosqichli jarayonlarni optimallashtirishda muhim ahamiyatga ega. Kelajakda tadqiqotlar zamonaviy hisoblash texnologiyalari, masalan, mashinaviy o'qitish va parallel hisoblashlar bilan integratsiyalashuvga yo'naltirilishi mumkin. Bu dinamik dasturlashning qo'llanilish doirasini yanada kengaytiradi va uning samaradorligini oshiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Bellman, R. (1957). Dynamic Programming. Princeton University Press.
2. Bertsekas, D. P. (2017). Dynamic Programming and Optimal Control (Vol. I & II). Athena Scientific.
3. Dreyfus, S. E., & Law, A. M. (1977). The Art and Theory of Dynamic Programming. Academic Press.
4. Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). Introduction to Algorithms (3rd ed.). MIT Press.
5. Taha, H. A. (2017). Operations Research: An Introduction (10th ed.). Pearson.
6. Sniedovich, M. (2010). Dynamic Programming: Foundations and Principles (2nd ed.). CRC Press.

